

Tehtävä: 1. Jakoavain, $m = 1.80\text{kg}$, kiinnitetään heilumaan 0.250m :n etäisyydellä massakeskipisteestään. Pienillä kulmilla heilahdusjakso on 0.940s .

(a) Mikä on jakoavaimen hitausmomentti tukipisteen suhteen?. (b) Jos jakoavain päästetään heilumaan alkupoikkeamasta 0.400rad , millä kulmanopeudella se ohittaa tasapainoaseman?

Vastaus: (a) $T = 2\pi\sqrt{\frac{J_A}{mr_{Ag}}} \Rightarrow J_A = \frac{T^2 mr_{Ag}}{4\pi^2} \Rightarrow J_A = \frac{(0.940\text{s})^2 * 1.80\text{kg} * 0.250\text{m} * 9.81\text{m/s}^2}{4 * \pi^2} = 0.0988\text{kgm}^2$

(b) $mgh = \frac{1}{2}J_A\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{2ghm}{J_A}}$ ja $h = 0.250\text{m} - 0.250\text{m} * \cos(0.400\text{rad}) \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{2 * 9.81\text{m/s}^2 * (0.250\text{m} - 0.250\text{m} * \cos(0.400\text{rad})) * 1.80\text{kg}}{0.0988\text{kgm}^2}} = 2.6560\text{rad/s}$

Tehtävä: 2. Ohut metall kiekko, $m = 2.00 * 10^{-3}\text{kg}$ ja $r = 2.20\text{cm}$ ripustetaan pitkän langan varaan. Kiekkoa kierretään ja päästetään vapaaksi, jolloin se alkaa värähdellä. Jos värähdysten taajuus on 1.00s , mikä on langan torsiovakio?

Vastaus: $T = 2 * \pi * \sqrt{J/k} \Rightarrow k = \frac{4\pi^2 J}{T^2}$ Ja $J = \frac{1}{2}mr^2 = 0.5 * 2.00 * 10^{-3}\text{kg} * (0.0220\text{m})^2 = 4.8400 * 10^{-7}\text{kgm}^2 \Rightarrow k = \frac{4 * \pi^2 * 4.84 * 10^{-7}}{(1.0\text{s})^2} = 1.9108 * 10^{-5}\text{kgm}^2/\text{s}^2$

Tehtävä: 3. Ultraäänen taajuus on yli 20kHz . Ultraääni etenee tyypillisesti kehossa nopeudella $v = 1500\text{m/s}$. Aallonpituus ei saa olla suurempi kuin 1mm . Milliaset taajuudet ovat käyttökelpoisia?

Vastaus: $\lambda = \frac{v}{f}$ Nopeus $v = 1500\text{m/s}$ ja $f > 20\text{kHz}$, $\lambda < 0.001\text{m}$
 $\Rightarrow 0.001\text{m} = \frac{1500\text{m/s}}{f_{min}} \Rightarrow f_{min} = \frac{1500\text{m/s}}{0.001\text{m}} = 1500\text{kHz}$ V: $> 1.5\text{MHz}$

Tehtävä: 4. Järven pinnan aaltoa kuvataan yhtälöllä

$$y(x, t) = (3.75\text{cm})\cos(0.450\text{cm}^{-1}x + 5.40\text{s}^{-1}t)$$

(a) Paljonko kuluu aikaa, että kokonainen aalto ohittaa pisteen a ? Minkä matkan aallon huippu kulkee tässä ajassa? (b) Mikä on aallon aaltoluku, ja montako aaltoa sekunnissa kulkee pisteen a ohi? (c) Mikä on aallon etenemisnopeus ja mikä on veden pinnan y -suunnan nopeus?

Vastaus: (a) Pisteessä a : $x = 0$ joten kokonainen aalto kun $5.4\text{s}^{-1}t = 2\pi \Rightarrow t = \frac{2\pi}{5.4\text{s}^{-1}} = 1.1636\text{s}$ Aalto kulkee yhden aallonpituuden: $t = 0$ joten aallonpituus kun $0.450\text{cm}^{-1}x = 2\pi$ ja $0.450\text{cm}^{-1} = 45\text{m}^{-1} \Rightarrow x = \frac{2\pi}{0.450\text{cm}^{-1}} = 0.1396\text{m} \approx 0.140\text{m}$

(b) aaltoluku: $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2 * \pi}{0.1396\text{m}} = 45\text{m}^{-1}$ aaltoa sekunnissa: $\frac{1\text{s}}{1.1636\text{s}} = 0.8594 \approx 0.86\text{kpl}$

(c) $v = \frac{\lambda}{t} = \frac{0.1396\text{m}}{1.1636\text{s}} = 0.12\text{m/s}$ pystysuuntanopeus: $v_{max} = \omega * A = 5.4\text{s}^{-1} * 0.0375\text{m} = 0.203\text{m/s}$

Tehtävä: 5. Vaakasuoraan köyteen on kiinnitetty sähköisesti toimiva äänirauta, joka värähtelelee köyttä taajuudella 120Hz . Köyden toinen pää kulkee rullan yli, ja se npäässä roikkuu kuorma, $m = 1.50\text{kg}$. Köyden massa on 0.0550kg/m .
 (a) Mikä on köydessä kulkevan poikittaisen aallon etenemisnopeus? (b) Mikä on aallonpituus? (c) Mitkä vastaukset olisivat, jos kuorman massa olisi $m = 3.00\text{kg}$?

Vastaus: (a) $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ jossa $F = mg$ ja $\mu = 0.0550\text{kg/m} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{1.50\text{kg} \cdot 9.81\text{m/s}^2}{0.0550\text{kg/m}}} = 16.3568\text{m/s} \approx 16.4\text{m/s}$
 (b) $v = f\lambda \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f} = \frac{16.3568\text{m/s}}{120\text{s}^{-1}} = 0.1363\text{m} \approx 0.136\text{m}$
 (c) $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ jos $F_2 = 2F_1$, nopeus kasvaa $\sqrt{2}$ kertoimella. Aallonpituus on suoraan verrannollinen nopeuteen, joten sekin kasvaa $\sqrt{2}$ kertoimella.

Tehtävä: 6. Vahvan langan pituus on $l = 1.50\text{m}$ ja paino 1.25N . Se on kiinnitetty kattoon ja toisessa päässä roikkuu kuorma massaltaan w . Lankaa näppäillessä siinä alkaa edetä aalto:

$$y(x, t) = (8.50\text{mm})\cos((172\text{m}^{-1})x - (2730\text{s}^{-1})t)$$

(a) Paljonko aallolta kuluu aikaa edetä koko langan pituus? (b) Kuinka suuri massa w on? (c) Montako aallonpituutta lankaan mahtuu? (d) Miltä näyttää lankaa alaspäin kulkevan aallon yhtälö?

Vastaus: (a) $t = l/v$, $l = 1.50\text{m}$ ja $v = \omega/k = \frac{1}{2730\text{s}} / \frac{1}{172\text{m}} = 0.063\text{m/s}$ eli $t = \frac{1.50\text{m}}{0.063\text{m/s}} = 23.8081\text{s}$
 (b) $v = \sqrt{T/\mu} = \sqrt{w \frac{l}{m}} \Rightarrow w = \frac{mv^2}{l} = \frac{(1.25\text{N}/9.81\text{m/s}^2) \cdot (0.063\text{m/s})^2}{1.50\text{m}} = 3.3716 \cdot 10^{-4}\text{N}$.
 (c) $k = 172\text{m}^{-1} \Rightarrow k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{172\text{m}^{-1}} = 0.0365\text{m} \Rightarrow 1.50\text{m}/0.0365\text{m} = 41.062 \approx 41.1\text{kpl}$
 (d) $y(x, t) = (8.50\text{mm})\cos((172\text{m}^{-1})x - (2730\text{s}^{-1})t)$