Tehtävä: Osoita, että kaikille luonnollisille luvuille $n \in \mathbb{N}$ pätee $\sum_{i=1}^{n} 4i = 2n(n+1)$. Tässä merkintä $\sum_{i=1}^{n} 4i$ tarkoittaa summaa $\sum_{i=1}^{n} 4i = 4+8+12+\cdots+4n$.

Todistus. Todistetaan väite induktiotodistuksella.

Alkuaskel: kun $n = 1$ niin v.p. $\sum_{i=1}^{1} 4i = 4$ ja o.p. $2 \cdot 1 \cdot (1+1) = 4$, joten väite on tosi kun $n = 1$.

Induktio-oletus: väite on tosi kun $n = k$ toisin sanoen $\sum_{i=1}^{k} 4i = 2k(k+1)$.

Induktioväite: väite on tosi myös, kun $n = k+1$ eli $\sum_{i=1}^{k+1} 4i = 2(k+1)((k+1)+1)$.

Todistus induktioväitteelle: Kirjoitetaan summa $\sum_{i=1}^{k+1} 4i$ kahteen osaan siten, että voidaan käyttää induktio-oletusta $\sum_{i=1}^{k} 4i = 2k(k+1)$

$$
\begin{aligned}
\sum_{i=1}^{k+1} 4i &= 2 \cdot 2(k+1) + \sum_{i=1}^{k} 4i \\
&\overset{i.o.}{=} 2 \cdot 2(k+1) + 2k(k+1) \\
&= (k+1)4 + (k+1)2k \\
&= 2(k+1)(4+k) \\
&= 2(k+1)((k+1)+1).
\end{aligned}
$$

Induktioperiaatteen nojalla väite on tosi.

□