

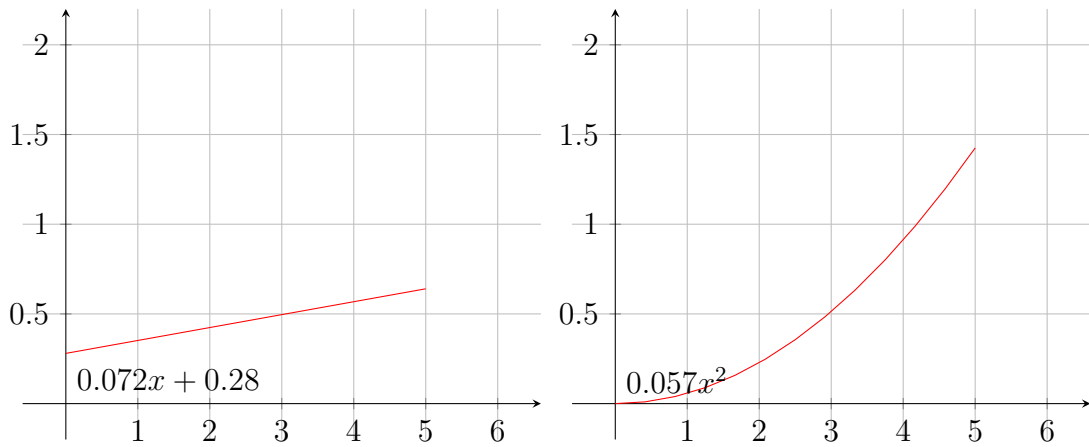
Tehtävä: Puistossa juoksevan oravan koordinaatit ovat

$$r = [(0.280\text{m/s}) * t + (0.0360\text{m/s}^2) * t^2] * \vec{i} + [(0.0190\text{m/s}^3) * t^3] * \vec{j}.$$

(a) Mitkä ovat oravan nopeuden x- ja y- komponentit ajan funktiona?

Hetkellä $t=5.0\text{s}$: (b) kuinka kaukana orava on lähtöpisteestä? (c) Mikä on oravan vauhti ja suunta vrt. x-akseliin? (d) Laske myös oravan kiihtyvyyden komponentit.

Vastaus: (a) r antaa oravan paikan x sekä x- että y-akselilla. Nopeus v saadaan derivoimalla paikan funktiota, eli derivoidaan x-akselin suuntainen (\vec{i}) ja y-akselin suuntainen (\vec{j}) erikseen. Näin saadaan kuvaajat $x - t$ (vasen) ja $y - t$ (oikea).



(b) Lähtöpiste on origo $(0, 0)$ joka saadaan sijoittamalla $t = 0$. Sijainti hetkellä $t = 5.0\text{s}$ saadaan samoin, $[(0.0280\text{m/s}) * 5.0\text{s} + (0.0360\text{m/s}^2) * (5.0\text{s})^2] * \vec{i} + [(0.0190\text{m/s}^3) * (5.0\text{s})^3] * \vec{j} = 1.040 * \vec{i} + 2.375 * \vec{j}$. Etäisyys origosta saadaan pythagoraan lauseella: $\sqrt{1.040^2 + 0.375^2} = 2.5927$

V: Orava on 2.593m päässä lähtöpisteestä.

(c) x-akselin suuntainen nopeus on $0.072 * 5 + 0.28 = 0.640$ ja y-akselin suuntainen nopeus on $0.057 * 25 = 1.425$. Nopeus saadaan pythagoraan lauseella ja suuntakulma ko. kolmion hypotenuusan kulmasta. $\sqrt{0.640^2 + 1.425^2} = 1.5621$ ja $\arcsin(\frac{1.425}{1.5621}) = 65.82^\circ$

V:Nopeus on 1.562m/s ja suuntakulma 65.82° .

(d) Kiihtyvyys saadaan derivoimalla nopeus. x-akselin suuntainen kiihtyvyys: $\frac{9}{125}$ ja y-akselin kiihtyvyys: $0.114t$. Hetkellä $t = 5.0\text{s}$ y-akselin kiihtyvyys on $0.114 * 5 = 0.57$.

V: x-akselin kiihtyvyys on $\frac{9}{125}\text{m/s}^2$ ja y-akselin kiihtyvyys on $(1.114 * t)\text{m/s}^2$ eli kun $t = 5.0\text{s}$, $a = 0.57\text{m/s}^2$.

Tehtävä: 2. Maan säde on 6380km ja kiertoaika akselin ympäri 24h . (a) mikä on päiväntasaajalla olevan kappaleen keskihakukiihtyvyys? (b) Kuinka suuri pyörähdysajan tulisi olla, jotta keskihakukiihtyvyys olisi suurempi kuin g ?

Vastaus: (a) $a_c = \frac{4*\pi^2*R}{T^2}$ missä $R = 6.38 * 10^6\text{m}$ ja $T = 24 * 3600\text{s} = 86400\text{s} \Rightarrow$
 $a_c = \frac{4*\pi^2*6.38*10^6\text{m}}{(86400\text{s})^2} = 0.03374\text{m/s}^2 \Rightarrow \frac{0.03374\text{m/s}^2}{9.81\text{m/s}^2}g = 0.003439g$

(b) $a_c = \frac{v^2}{R} > 9.81 \Leftrightarrow v > \sqrt{9.81 * R} \Rightarrow v > 7911.25\text{m/s}$

$v = \frac{2\pi R}{T} \rightarrow T = \frac{2\pi R}{v} \Rightarrow T = \frac{2*\pi*6.38*10^6\text{m}}{7911.25\text{m/s}} = 5067.05\text{s} \approx 84.5\text{min}$

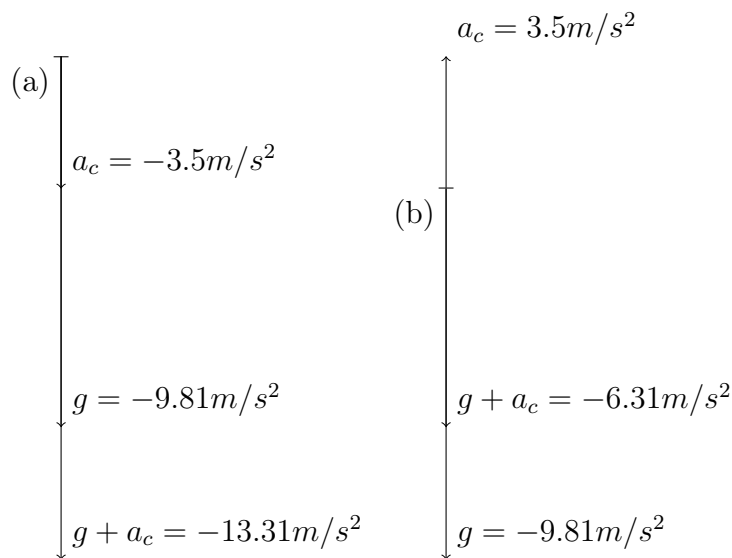
V: Maan kiertoaika akselinsa ympäri tulisi olla n. 84.5 minuuttia.

Tehtävä: 3. Maailmanpyörän säde on 14.0m ja akseli on vaakasuora. Kyydissä istuvan lineaarinen vauhti on 7.0m/s . Mikä on matkustajan kiihtyvyyden suunta ja suuruus, kun hän ohittaa (a) korkeimman kohdan, (b) matalimman kohdan? (c) mikä on maailmanpyörän kiertoaika?

Vastaus: $a_c = \frac{v^2}{R}$. $v = 7.0\text{m/s}$ ja $R = 14.0\text{m} \rightarrow a_c = \frac{(7.0\text{m/s})^2}{14.0\text{m}} = \frac{7}{2}\text{m/s}^2 = 3.5\text{m/s}^2$.

(a) Yläasennossa a_c osoittaa suoraan alaspäin. Tämän lisäksi matkustajaan vaikuttaa gravitaatiokiihtyvyys $g = 9.81\text{m/s}^2$. $3.5\text{m/s}^2 + 9.81\text{m/s}^2 = 13.31\text{m/s}^2$.

(b) Alaasennossa a_c osoittaa suoraan ylöspäin. Tämän lisäksi matkustajaan vaikuttaa gravitaatiokiihtyvyys $g = 9.81\text{m/s}^2$. $9.81\text{m/s}^2 - 3.5\text{m/s}^2 = 6.31\text{m/s}^2$.



(c) $T = \frac{2*\pi*R}{v} = \frac{2*\pi*14.0\text{m}}{7.0\text{m/s}} = 4\pi\text{s} \approx 12.57\text{s}$

Tehtävä: 4. Seisot hississä vaa'alla. Normaalipainosi on $625N$. (a) Mitä vaaka näyttää, kun hissi lähtee ylöspäin kiihtyvyydellä $a = 2.50m/s^2$ (b) Langan päässä roikkuu kappale, jonka $m = 3.85kg$. Mikä on langan jännitys samassa liikkeessä?

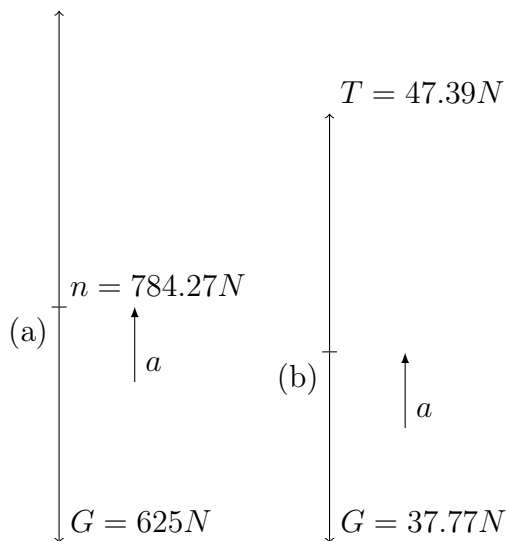
Vastaus: (a) $g = 9.81m/s^2$ ja $a = 2.50m/s^2$. g osoittaa aina alaspäin.

Hissin kiihdyttäessä ylöspäin on oma kiihtyvyytemme alas, eli painaudumme vaakaan. Näin ollen kiihtyvyys on $g + a = 9.81m/s^2 + 2.50m/s^2 = 12.31m/s^2$.

Vaaka luulee kiihtyvyyden olevan g . Normaalitilassa $m = 625N/9.81m/s^2 = 63.71kg$. $n = m(g + a) = 63.71kg * (9.81m/s^2 + 2.5m/s^2) = 784,27N$.

Vaaka siis näyttää $784.27N/9.81m/s^2 = 79.95kg$.

(b) $\bar{T} = m * (g + a) = 3.85kg * (9.81m/s^2 + 2.50m/s^2) = 47.39N$

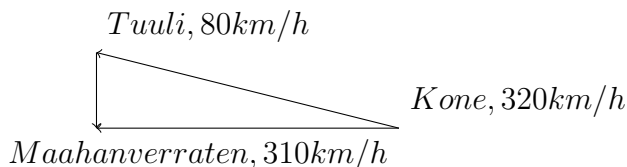


Tehtävä: 5. Lentokone lentää suoraan länteen. Tuuli puhaltaa etelään nopeudella $80.0km/h$. (a) Jos lentokoneen vauhti ilmaan verrattuna on $320.0km/h$, mihin suuntaan konetta pitäisi ohjata? (b) Mikä on tällöin koneen vauhti maahan verrattuna?

Vastaus: (a) Koneen tulee lentää hieman kohti pohjoista, kulmassa joka poikkeaa lännestä $asin(\frac{80}{320}) = 14.48^\circ$.

(b) Vauhti maahan verrattuna on $\sqrt{320^2 - 80^2} = 80\sqrt{15} \approx 310$

V: noin $310km/h$.



Tehtävä: 6. Elektroni ($m = 9.11 * 10^{-31} kg$) lähtee levosta ja matkaa suoraviivaisen matkan $1.80 cm$. Perillä elektronin vauhti on $3.00 * 10^6 m/s$. Määritä (a) elektronin kiihtyvyys, (b) matkaan käytetty aika ja (c) elektroniin vaikuttava voima Newtonissa. Kiihtyvyys on vakio ja gravitaatio jätetään huomiotta.

Vastaus: (a) $v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$, koska $v_0 = 0$ ja $x_0 = 0$, saamme

$$(3.00 * 10^6 m/s)^2 = 2 * a * 0.018 m \Leftrightarrow a = \frac{(3.00 * 10^6 m/s)^2}{2 * 0.018 m} = 2.50 * 10^{14} m/s^2$$

$$(b) x = \frac{1}{2} at^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2x}{a}} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 * 0.018 m}{2.50 * 10^{14} m/s^2}} = 1.20 * 10^{-8} s = 12 ns$$

$$(c) \bar{F} = m\bar{a} = 9.11 * 10^{-31} kg * 2.50 * 10^{14} m/s^2 = 2.28 * 10^{-16} N$$