

MAT-01160 Matematiikka 1, harjoitus 3, T5

13. syyskuuta 2015

Tehtävä: Hae kaikki luvun $5 + 5i$ kolmannet juuret.

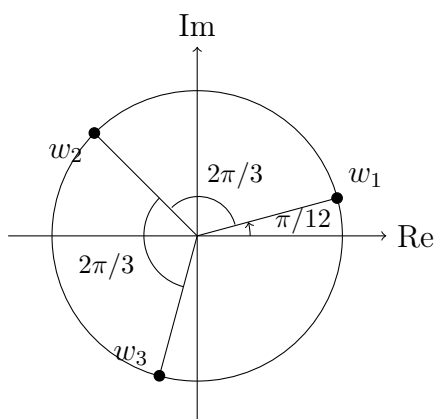
Ratkaisu: $5 + 5i = \sqrt{5^2 + 5^2}e^{i\pi/4} = 5\sqrt{2}e^{i\pi/4} = 5 * 2^{1/2} * e^{i\pi/4}$. Nyt eräs kolmas juuri on

$$w_1 = 5^{1/3} * 2^{1/6} e^{i\pi/12}$$

sillä $w_1^3 = 5^{(1/3)*3} * 2^{(1/6)*3} * e^{i\pi/12*3} = 5 * 2^{1/2} e^{i\pi/4}$. Muut kolmannet juuret ovat kulman $2\pi/3$ välein $5 * 2^{1/2}$ -säteisellä ympyrällä, joten ne ovat

$$w_2 = 5 * 2^{1/2} e^{i(\pi/12+2\pi/3)} = 5 * 2^{1/2} e^{i3\pi/4} \quad \text{ja}$$

$$w_3 = 5 * 2^{1/2} e^{i(\pi/12+2*2\pi/3)} = 5 * 2^{1/2} e^{i17\pi/12}.$$



Vastaus: Juuret ovat $5 * 2^{1/2} e^{i\pi/12}$, $5 * 2^{1/2} e^{i3\pi/4}$ ja $5 * 2^{1/2} e^{i17\pi/12}$.