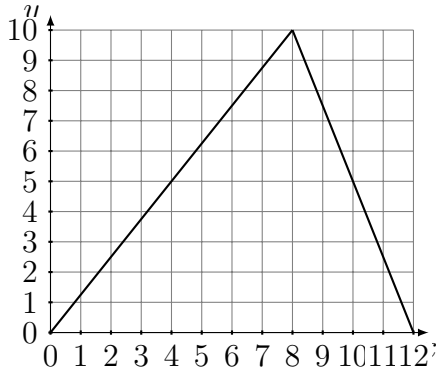


**Tehtävä:** 1. Tyhjän hissien massa on  $600\text{kg}$ . Hissi on suunniteltu nousemaan  $20.0\text{m}$  ajassa  $16.0\text{s}$  ja sitä nostaa moottori, jonka maksimiteho on  $40\text{hp}$ . Mikä on suurin matkustajamäärä, jolla hissi toimii? (keskimäär. matkustaja  $m = 65.0\text{kg}$ ,  $1\text{hp} = 746\text{W}$ ).

**Vastaus:**  $P = 40\text{hp} = 40 * 746\text{W} = 29840\text{W}$ ,  $h = 20.0\text{m}$ ,  $\Delta t = 16.0\text{s}$ ,  $m = 600\text{kg} + n65.0\text{kg}$ .

$$P = W/t = mgh/t = 29840\text{W} \Rightarrow m = (29840\text{W} * t)/(gh) = (29840\text{W} * 16.0\text{s})/(9.81\text{m/s}^2 * 20.0\text{m}) = 2433.435\text{kg} \Rightarrow m = 2433\text{kg} = 600\text{kg} + n65.0\text{kg} \Rightarrow n65.0\text{kg} = 1833\text{kg} \Rightarrow n = 28.2 \Rightarrow 28\text{hlö}.$$

**Tehtävä:** 2. Lapsi työntää  $m = 10.0\text{kg}$ :n kelkkaa x-akselin suuntaisella voimalla, joka on esitetty kuvassa. Laske voiman tekemä työ, kun kelkka liikkuu matkan (a)  $x = 0.0\text{m}..8.0\text{m}$  (b)  $x = 8.0\text{m}..12.0\text{m}$  (c)  $x = 0.0\text{m}..12.0\text{m}$ .



**Vastaus:** (a) Graafisella integroinnilla  $43\text{ruutua} = 43\text{Nm} = 43\text{J}$  (b)  $20\text{Nm} = 20\text{J}$  (c)  $43\text{J} + 20\text{J} = 63\text{J}$

**Tehtävä:** 3. Vuoristoradan tyhjän vaunun paino on  $m = 120\text{kg}$ . Pystysuorassa silmukassa,  $r = 12.0\text{m}$ , pohjalla (a) vaunun nopeus on  $25.0\text{m/s}$  ja silmukan huipulla (b) vaunun nopeus on  $8.0\text{m/s}$ . Mikä on kitkan tekemä vaunun noustessa väli  $a - b$ ?

**Vastaus:**  $m = 120\text{kg}$ ,  $r = 12.0\text{m}$ ,  $v_1 = 25.0\text{m/s}$ ,  $v_2 = 8.0\text{m/s}$ . Valitaan silmukan pohja nollassoksi. Tällöin huipulla  $h = 24.0\text{m}$ .

$$W_\mu = \Delta E = (E_{P\text{loppu}} + E_{K\text{loppu}}) - (E_{P\text{alku}} + E_{K\text{alku}}) = (mgh_2 + 1/2mv_2^2) - (mgh_1 + 1/2mv_1^2)$$

$$Sijoitetaan: W_\mu = 120\text{kg} * 9.81\text{m/s}^2 * 24.0\text{m} + 1/2 * 120\text{kg} * (8.0\text{m/s})^2 - 120\text{kg} * 9.81\text{m/s}^2 * 0\text{m} - 1/2 * 120\text{kg} * (25.0\text{m/s})^2 = -5407.2\text{N} \approx -5400\text{N}$$

Eli kitka vastustaa liikettä  $5400\text{N}$  voimalla.

**Tehtävä:** 4. Vuoristoradan vaunu ajaa kitkatta pystysuoran silmukan. Vaunu laskeaan liikkeelle korkeudelta  $h$  ilman alkuvauhtia. (a) Mikä on minimikorkeus  $h$  (suhteessa  $r$ ), jolta vaunu kulkee silmukan? (b) Oletetaan, että  $h = 3.50R$  ja  $r = 20.0m$ . Laske vaunun vauhti, säteittäinen kiihtyvyys ja tangentiaalinen kiihtyvyys silmukan loppuneljännesspisteessä. Piirrä kiihtyvyyden komponentit.

**Vastaus:** (a) Silmukan huipulla vaunuun vaikuttaa voimat  $\bar{N}$  ja  $\bar{G}$ , molemmat alas päin. Jotta vaunu pysyy raiteilla, tukivoiman  $N$  täytyy olla vähintään 0.

Saadaan:  $F_{tot} = N + mg = mv^2/r \rightarrow N = mv^2/r - mg \xrightarrow{N=0} v^2 = gr \xrightarrow{*1/2m} 1/2mgr = 1/2mv^2$ . Eli kineettisen energian huipulla täytyy olla vähintään  $1/2mrg$ . Valitaan potentiaalienergian nollassa silmukan alapinta, jolloin  $E_{Kloppu} + E_{Ploppu} = E_{Kalku} + E_{Palku}$  josta saadaan:

$1/2mgr + mgh_2 = 1/2mv^2 + mgh_1 \xrightarrow{v=0, h_2=2r} mgh = 1/2mgr + mg2r \rightarrow h = 1/2r + 2r = 5/2r$ . Eli lähtökorkeus  $h$  täytyy olla vähintään  $\frac{5}{2}r$ .

(b)  $r = 20.0m$ ,  $h = 3.50r = 70.0m$ .

Kohdassa A on  $E_{KA} = 1/2mv^2 = 0$  ja  $E_{PA} = mgh = mg3.50r$ .

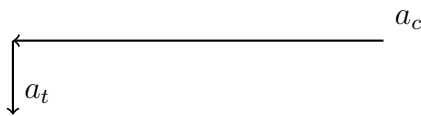
Kohdassa B on  $E_{KB} = 1/2mgr$  ja  $E_{PB} = mgh = mg2r$ .

Kohdassa C on  $E_{KC} = 1/2mv^2$  ja  $E_{PC} = mgh = mgr$ .

$1/2mv^2 + mg3.50r = 1/2mv^2 + mgr \rightarrow 1/2v^2 + g3.50r = 1/2v^2 + gr \rightarrow g3.50r = 1/2v^2 + gr \rightarrow 1/2v^2 = g3.50r - gr \rightarrow v = \sqrt{2g3.5r - 2gr} \Rightarrow v = \sqrt{2 * 9.81m/s^2 * 3.5 * 20.0m - 2 * 9.81m/s^2 * 20.0m} = 31.32m/s$

Vaunuun vaikuttaa vain putoamiskiihtyvyys  $g = 9.81m/s^2 = a_t$ .

$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{(31.32m/s)^2}{20.0m} = 49.0499m/s \approx 49.0m/s$



**Tehtävä:** 5. Kappale,  $m = 0.0400kg$  liikkuu  $xy$ -tasossa. Kappaleeseen kohdistuva nettovoima kuvataan potentiaalienergiana  $U(x, y) = (5.80J/m^2)x^2 + (3.60J/m^2)y^3$ . Mitkä ovat kappaleeseen kohdistuvan voiman ja kiihtyvyyden komponentit kohdassa  $x = 0.300m$ ,  $y = 0.600m$ ?

**Vastaus:** x-suuntaiset:  $F_x = -\partial U/\partial x \Rightarrow -2(5.80)x = -11.60x \Rightarrow F_x = -11.60 * 0.300m = -3.48N \Rightarrow F_x = ma_x \Rightarrow ma_x = -11.60x \Rightarrow 0.0400kg * a_x = -11.60 * 0.300m \Rightarrow a_x = -87m/s^2$  y-suuntaiset:  $F_y = -\partial U/\partial y \Rightarrow -3(3.60)y^2 = -10.80y^2 \Rightarrow F_y = -10.80 * (0.600m)^2 = -3.888N \Rightarrow ma_y = -10.80y^2 \Rightarrow 0.0400kg * a_y = -10.80(0.600m)^2 \Rightarrow 97.2m/s^2$

$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(-87)^2 + (-97.2)^2} = 130.449m/s^2 \approx 130.4m/s^2$

$\tan(\theta) = a_y/a_x = 97.2/-87 \Rightarrow \theta = 48.17^\circ$

V:  $F_x = -3.48N$ ,  $F_y = -3.89N$ ,  $a = 130.4m/s^2$ ,  $\theta = 48.17^\circ$ .

**Tehtävä:** 6. Pesäpalloon,  $m = 0.145\text{kg}$ , isketään mailalla. Juuri ennen osumaa pallo etenee oikealle vauhdilla  $50.0\text{m/s}$  ja se kimpoaa mailasta kulmaan  $30^\circ$  vaakasuoraan nähden vauhdilla  $65.0\text{m/s}$ . Jos mailan ja pallon kontakti kestää  $1.75\text{ms}$ , mikä on keskimääräinen voima?

**Vastaus:**  $p = mv \Rightarrow p_1 = mv_1 = 0.145\text{kg} * -50.0\text{m/s} = -7.25\text{Ns}$  Vain x-akselin suuntaista liikemäärää.  $p_{2x} = mv_{2x} = 0.145\text{kg} * \cos(30^\circ) * 65.0\text{m/s} = 8.162\text{Ns}$  ja  $p_{2y} = 0.145\text{kg} * \sin(30^\circ) * 65.0\text{m/s} = 4.713\text{Ns}$ . Muutos x-suunnassa:  $8.162\text{Ns} - (-7.25\text{Ns}) = 15.412\text{Ns}$ . Muutos y-suunnassa:  $4.713\text{Ns} - 0 = 4.713\text{Ns}$  Kokonaismuutos:  $15.412\text{Ns} + 4.713\text{Ns} = 20.125\text{Ns}$ .  $J = F\Delta t \rightarrow F = J/\Delta t \Rightarrow F = 20.125\text{Ns}/0.00175\text{s} = 11500\text{N}$ .