

Tehtävä: 1. Jalkapallomaalivahti torjuu pallon, $m = 0.420\text{kg}$ ja $v = 10\text{m/s}$. (a) Laske pallon liikemäärä ja kineettinen energia. (b) Maalivahtin kädet joustaa 15cm pallon liikesuuntaan. Mikä on maalivahtin palloon kohdistama vakiovoima? Monessako sekunissa pallo pysähtyy? Tarkastele pesäpalloa, $m = 0.140\text{kg}$ ja $v = 30\text{m/s}$. (c) Mikä on pallon liikemäärä ja kineettinen energia? (d) Ulkokenntäpelaaja koppaa pallon jostaen käsillään. Pallo pysähtyy ajassa 0.03s, mikä on koppaajan palloon kohdistama vakiovoima? Kuinka pitkällä matkalla pallo pysähtyy?

Vastaus: $m = 0.420\text{kg}$, $v = 10\text{m/s}$

$$(a) p = mv \Rightarrow p = 0.420\text{kg} * 10\text{m/s} = 4.20\text{Ns}$$

$$E_K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{1}{2}0.420\text{kg} * (10\text{m/s})^2 = 21.0\text{J}$$

$$(b) x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2, F = ma \text{ ja } I = \Delta p = F\Delta t = ma\Delta t \Rightarrow a = \frac{\Delta p}{m\Delta t}$$

$$x = 0 + v_0t + \frac{1}{2}\frac{\Delta p}{m}t \Rightarrow t = \frac{x}{v_0 + \frac{1}{2}\frac{\Delta p}{m}} \Rightarrow t = \frac{0.15\text{m}}{10\text{m/s} + \frac{1}{2}\frac{-4.20\text{Ns}}{0.420\text{kg}}} = 0.03\text{s}$$

$$F = ma = m\frac{\Delta p}{m\Delta t} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow F = \frac{-4.20\text{Ns}}{0.03\text{s}} = -140\text{N}$$

$$m = 0.140\text{kg}, v = 30\text{m/s}$$

$$(c)p = mv \Rightarrow 0.140\text{kg} * 30\text{m/s} = 4.20\text{Ns}$$

$$E_K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{1}{2}0.140\text{kg} * (30\text{m/s})^2 = 126\text{J}$$

$$(d)x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2, F = ma \text{ ja } I = \Delta p = F\Delta t = ma\Delta t \Rightarrow a = \frac{\Delta p}{m\Delta t}$$

$$F = ma \Rightarrow F = m\frac{\Delta p}{m\Delta t} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow F = \frac{-4.20\text{Ns}}{0.03\text{s}} = -140\text{N}$$

$$\Delta p = 0 - p \text{ eli: } x = 0 + 30\text{m/s} * 0.03\text{s} + \frac{1}{2} * \frac{-4.20\text{Ns}}{0.140\text{kg}} * 0.03\text{s} = 0.450\text{m}$$

Tehtävä: 2. Näyttelijä, $m = 80.0\text{kg}$, seisoo ikkunalaudalla, $h = 5.0\text{m}$. Hän tarttuu köyteen ja heilauttaa itsensä kiinnityspisteen alla olevaa näyttelijää, $m = 70.0\text{kg}$ kohti. Oletetaan, että massakeskipiste madaltuu 5.0m ja että köydestä irroitetaan juuri ennen tarrautumista toiseen näyttelijään. (a) Millä nopeudella toisiinsa tarttuneet näyttelijät alkavat liukua lattialla? (b) Jos kitkakerroin $\mu_k = 0.25$, kuinka pitkän matkan näyttelijät liukuvat?

Vastaus: (a) $m_1 = 80.0\text{kg}$, $m_2 = 70.0\text{kg}$, $m_{\text{kok}} = 150.0\text{kg}$, $h = 5.0\text{m}$ ja $\mu_k = 0.25$

$$E_{\text{Palku}} = E_{\text{Kloppu}} \Rightarrow m_1gh = \frac{1}{2}m_1v^2 \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{m_1gh}{\frac{1}{2}m_1}} \Rightarrow$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{80.0\text{kg} * 9.81\text{m/s}^2 * 5.0\text{m}}{\frac{1}{2}80.0\text{kg}}} = 9.9045\text{m/s}$$

$$p_1 = m_1v_1 = m_{\text{kok}}v_{\text{kok}} \Rightarrow v_{\text{kok}} = \frac{m_1v_1}{m_{\text{kok}}} = \frac{80.0\text{kg} * 9.9045\text{m/s}}{150.0\text{kg}} = 5.2824\text{m/s} \approx 5.3\text{m/s}$$

$$(b) E - W_\mu = 0 \Rightarrow W_\mu = E \Rightarrow \frac{1}{2}m_{\text{kok}}v_{\text{kok}}^2 = \mu Ns = \mu m_{\text{kok}}gs \Rightarrow s =$$

$$\frac{\frac{1}{2}m_{\text{kok}}v_{\text{kok}}^2}{\mu m_{\text{kok}}g} = \frac{\frac{1}{2}v_{\text{kok}}^2}{\mu g} = \frac{\frac{1}{2}(5.2824\text{m/s})^2}{0.25 * 9.81\text{m/s}^2} = 5.6888\text{m} \approx 5.7\text{m}$$

Tehtävä: 3. Neutroni, $m = 1u$ törmää kimmoisasta deuteroneihin, $m = 2u$ ja $1u = 1.66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$. (a) Jos neutroni törmää yksiulotteisesti paikallaan olevaan deuteroniin, moneenko osaan neutronin vauhti putoaa? (b) Mikä on neutronin kineettinen energia suhteessa ennen törmäystä olleeseen? (c) Montako törmäystä tarvitaan, jotta neutronin vauhti putoaisi $1/59000$ -osan alkuperäisestä?

Vastaus: (a) Alussa $p_{1a} = mv$ ja $p_{2a} = 0$, törmäyksessä liikemäärä jakautuu molemmille eli $p_{1l} = p_{2l}$ ja $p_{1a} + p_{2a} = p_{1l} + p_{2l} \Rightarrow p_{1a} = p_{1l} + p_{2l}$. Koska $m_2 = 2m_1$, $p_{1a} = m_1v_{1l} + 2m_1v_{2l} \Rightarrow m_1v_{1l} = 2m_1v_{2l} \Rightarrow 2v_{2l} = v_{1l} \Rightarrow v_{2l} = \frac{1}{2}v_{1l} \Rightarrow v_{1a} = \frac{3}{2}v_{1l} \Rightarrow v_{1l} = \frac{2}{3}v_{1a}$
 (b) $E_{Kalku} = \frac{1}{2}mv^2$. $E_{Kloppu} = \frac{1}{2}m(\frac{2}{3}v)^2 = \frac{1}{2}m\frac{4}{9}v^2 = \frac{4}{9}(\frac{1}{2}mv^2) = \frac{4}{9}E_{Kalku}$
 (c) $\frac{1}{59000} = \frac{2^n}{3} \Rightarrow \log_2(1/59000) = n \Rightarrow n = \frac{\log(59000)}{\log(\frac{2}{3})} = 27.093 \Rightarrow 28$ törmäystä.

Tehtävä: 4. CD-levyllä data on koodattu noin $10^{-7}m$ jälkiin. Jäljet kulkevat spiraaliuraa keskeltä kohti ulkoreunaa. Sisäsäde on $25.0mm$ ja ulkosäde $58.0mm$. Dataa luetaan lineaarisella $1.25m/s$ nopeudella. (a) Mikä on levyn kulmanopeus sisimmillä ja uloimmilla urilla? (b) Maksimisoittoaika on $74.0min$, kuinka pitkä ura on? (c) Mikä on levyn keksimääräinen kulmakiihtyvyys?

Vastaus: (a) $r = 25.0mm = 0.025m$ ja $v = 1.25m/s$. $v = r\omega \rightarrow \omega = \frac{v}{r} \Rightarrow \frac{1.25m/s}{0.025m} = 50 \frac{rad}{s}$
 $r = 58.0mm = 0.058m \Rightarrow \frac{1.25m/s}{0.058m} = 21.5517 \frac{rad}{s} \approx 21.6 \frac{rad}{s}$
 (b) $74.0min = 74.0 \cdot 60s = 4440s \Rightarrow 1.25m/s \cdot 4440s = 5550m$
 (c) $\Delta\omega = 21.5517 \frac{rad}{s} - 50 \frac{rad}{s} = -28.4483 \frac{rad}{s}$, $\Delta t = 4440s \Rightarrow \alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{-28.4483 \frac{rad}{s}}{4440s} = -0.0064 \frac{rad}{s^2}$

Tehtävä: 5. Vanhanaikainen hissi toimii kiekkoa, $d = 2.50m$, pyörittävällä vastapainolla. Vaijeri ei liu'u. (a) Millä kulmanopeudella kiekon on pyörittävä, jotta hissi liikkuisi nopeudella $25.0cm/s$ (b) Mikä on kiekon kulmakiihtyvyys, kun hissin kiihtyvyys on $\frac{1}{8}g$? (c) Minkä kulman kiekko on kiertynyt, kun hissi on noussut $3.25m$?

Vastaus: (a) $25.0cm/s = 0.25m/s$ Kiekon piiri = $\pi d = \pi \cdot 2.50m$ Sekunnissa kiekon pitää siis kiertyä $\frac{\pi \cdot 2.50m}{0.25m} \approx 31.4$ -osa kierrosta. Eli minuutissa $\frac{1}{60} \cdot \frac{\pi \cdot 2.50m}{0.25m} = 0.5236 \approx 0.52rpm$
 (b) $\frac{g}{8} = a_{tan} = r\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{\frac{g}{8}}{\frac{1}{2}d} = 0.9810 \frac{rad}{s^2} \approx 1.0 \frac{rad}{s^2}$
 (c) $3.25m = \Phi = \frac{s}{r} = \frac{3.25m}{1.25m} = 2.6rad \approx 149^\circ$

Tehtävä: 6. Sähköporan maksimikulmanopeus on $1250rev/min$. Terän $d = 12.7mm$. (a) Mikä on terän ulkopinnan lineaarinen nopeus? (b) Mikä on ulkopinnan keskihakukiihtyvyys?

Vastaus: (a) $1250rev/min = 1250rpm = 130.89969 \frac{rad}{s}$ ja $12.7mm = 0.0127m$. $v = r\omega \Rightarrow v = 0.0127m \cdot 130.89969 \frac{1}{s} = 1.6624m/s \approx 1.7m/s$
 (b) $a_{rad} = r\omega^2 = 0.0127m \cdot (130.89969 \frac{1}{s})^2 = 217.6111m/s^2 \approx 218m/s^2$