

# MAT-01160 Matematiikka 1, harjoitus 5, T5

27. syyskuuta 2015

**Tehtävä:** Osoita derivaatan määritelmän avulla, että funktion  $(f(x))^2$  derivaatta on  $f'(x) = 2f(x)f'(x)$ . Derivaatan määritelmä on

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}.$$

**Ratkaisu:** Määritellään  $g(x) = (f(x))^2 = f(x)f(x)$ .

$$\begin{aligned} g'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(x+h) - g(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(f(x+h))^2 - (f(x))^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(f(x+h) + f(x))(f(x+h) - f(x))}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) + f(x)}{1} \underbrace{\frac{f(x+h) - f(x)}{h}}_{=f'(x)} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} f(x) + f(x) * f'(x) \\ &= 2f(x)f'(x) \end{aligned}$$

□