

Tehtävä: 1. Laske pakonopeus (a) Marsin pinnalta (b) Jupiterin pinnalta (c) Auringosta maan etäisyydellä (d) auringosta jupiterin etäisyydellä.

Vastaus: Pakonopeus: $v_e = \sqrt{\frac{2Gm_E}{R_E}}$. Jossa m_E on planeetan massa ja R_E planeetan säde. $G = 6.67 * 10^{-11} N \frac{m^2}{kg^2}$

$$(a) m_E = 6.4185 * 10^{23} kg \text{ ja } R_E = 3376.2 km \text{ Sijoitus: } v_e = \sqrt{\frac{2 * G * 6.4185 * 10^{23} kg}{3376.2 km}} = 4943.5 m/s \approx 5 km/s$$

$$(b) m_E = 1.899 * 10^{27} kg \text{ ja } R_E = 71492 km \text{ Sijoitus: } v_e = \sqrt{\frac{2 * G * 1.899 * 10^{27} kg}{71492 km}} = 59527 m/s \approx 60 km/s$$

Pakonopeus auringosta: $v_{ea} = \sqrt{\frac{2GM_s}{r}}$. Jossa M_s on auringon massa ja r on etäisyys auringosta.

$$(c) M_s = 1.9891 * 10^{30} kg \text{ ja } r = 1.4960 * 10^8 km \text{ Sijoitus: } v_{ea} = \sqrt{\frac{2 * G * 1.9891 * 10^{30} kg}{1.4960 * 10^8 km}} = 42115 m/s \approx 42 km/s$$

$$(d) M_s = 1.9891 * 10^{30} kg \text{ ja } r = 778412010 km \text{ Sijoitus: } v_{ea} = \sqrt{\frac{2 * G * 1.9891 * 10^{30} kg}{778,41 * 10^6 km}} = 18463 m/s \approx 18 km/s$$

Tehtävä: 2. Mustan aukon ympärillä kiertää kappaleita, joiden kiertoaika on 27h ja nopeus 30000 km/s. (a) Mikä on näiden kappaleiden etäisyys mustan aukon keskustasta? (b) Olettaen kappaleille ympyräradan, mikä on mustan aukon massa? (c) Mikä on tapahtumahorisontin säde?

Vastaus: (a) $27h = 97200s$ Näin ollen ympyrän kaaren pituus on $30000 km/s * 97200s = 2.916 * 10^9 km$ Ympyrän kaari $p = 2\pi r \Rightarrow r = p/(2\pi) = 2.916 * 10^9 / (2 * \pi) = 4.641 * 10^8 km$

$$(b) v = \sqrt{\frac{Gm_E}{r}} \Rightarrow v^2 = \frac{Gm_E}{r} \Rightarrow \frac{v^2 r}{G} = m_e = \frac{(30000 km/s)^2 * 4.641 * 10^8 km}{G} = 6.2622 * 10^{27} kg$$

$$(c) R_S = \frac{2GM}{c^2} = \frac{2 * G * 6.2622 * 10^{27} kg}{(2.99 * 10^3 km/s)^2} = 9.2949 * 10^6 km$$

Tehtävä: 3. 0.400 kg-massainen pallo vetää puoleensa 0.00300 kg-massaista palloa $8.00 * 10^{-10} N$ voimalla etäisyydeltä 0.0100 m. Maan gravitaatiokiihtyvyyks on $9.80 m/s^2$ ja säde 6380 km. Laske näistä tiedoista maan massa.

$$\text{Vastaus: } F_1 = F_2 = G \frac{m_1 * m_2}{r^2} \Rightarrow G = F_1 \frac{r^2}{m_1 * m_2} = 8.00 * 10^{-10} * \frac{(0.0100 m)^2}{0.400 kg * 0.00300 kg} = 6.667 * 10^{-11} \Rightarrow GM = gr^2 \Rightarrow M = \frac{gr^2}{G} = \frac{9.80 m/s^2 * (6380000 m)^2}{6.667 * 10^{-11}} = 5.9832 * 10^{24} kg$$

Tehtävä: 4. Satelliitti kiertää maata päiväntasaajan tasossa. Sen kiertorata on sellaisella korkeudella, että se pysyy täsmälleen saman pisteen yläpuolella. (a) Mikä on satelliitin korkeus maan pinnasta? (b) Näytä piirroksella, miksei satelliitti voi lähettää radiosignaalia leveyspiirin 81.3° pohjoispuolelle?

Vastaus: (a) $F_c = F_g \Leftrightarrow m_{sat} * a_g = m_{sat} * a_c$ Jossa $|a_g| = \frac{M_E G}{r^2}$ ja $|a_c| = \omega^2 r$
 Saadaan $r^3 = \frac{M_E G}{\omega^2} \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{M_E G}{\omega^2}} = \sqrt[3]{\frac{5.9737 * 10^{24} kg * G}{(\frac{2\pi}{86164})^2}} = 42164 km$ Eli maan pinnalta $35786 km$
 (b) Maan kaarevuus tulee eteen.

Tehtävä: 5. Ideaalisessa jousessa on pieni palikka, joka tekee jousen päässä harmoonista värähdysliikettä. liikkeen amplitudi on $0.250 m$ ja värähdysjakso $3.20 s$ Mikä on palikan vauhti ja kiihtyvyys kun $x = 0.160 m$?

Vastaus: $\omega = 2\pi/T = 2\pi/3.20 s = 1.9635 rad/s$ ja $a = -\omega^2 x \Rightarrow -1.9635^2 * 0.160 m = -0.6169 m/s^2 \approx -0.6 m/s^2$
 $v = \omega * \sqrt{A^2 - x^2} = 1.9635 * \sqrt{0.250^2 - 0.160^2} = 0.3772 m/s \approx 0.4 m/s$

Tehtävä: 6. Istuin, jonka massa on $42.5 kg$ kiinnitetään jouseen ja se värähtelee jaksolla $1.30 s$. Astronautin istuessa tuolissa taajuus onkin $2.54 s$ Mikä on astronautin massa?

Vastaus: $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow k = \frac{4\pi^2 m}{T} = \frac{4\pi^2 * 42.5 kg}{1.30 s} = 1290.6$ ja $\frac{T^2 k}{4\pi^2} = m = \frac{(2.54 s)^2 * 1290.6}{4\pi^2} = 210.9177 kg$ Eli astronautin massa on $210.9177 kg - 42.5 kg = 168.4177 kg \approx 168 kg$